

DII – Universitá di Siena



Studio della Geometria Epipolare per la Stima di Traiettorie Planari in Problemi di Robotica Mobile

Relatore

Chiar.mo Prof. Ing. Domenico Prattichizzo

Correlatori

Chiar.mo Prof. Ing. Antonio Vicino

Ing. Jacopo Piazzi

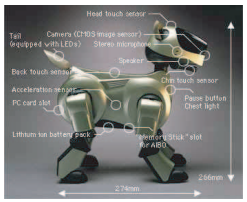
Tesi di laurea di

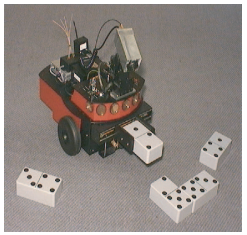
Gian Luca Mariottini

A.A. 2001/2002 - Sessione Autunnale

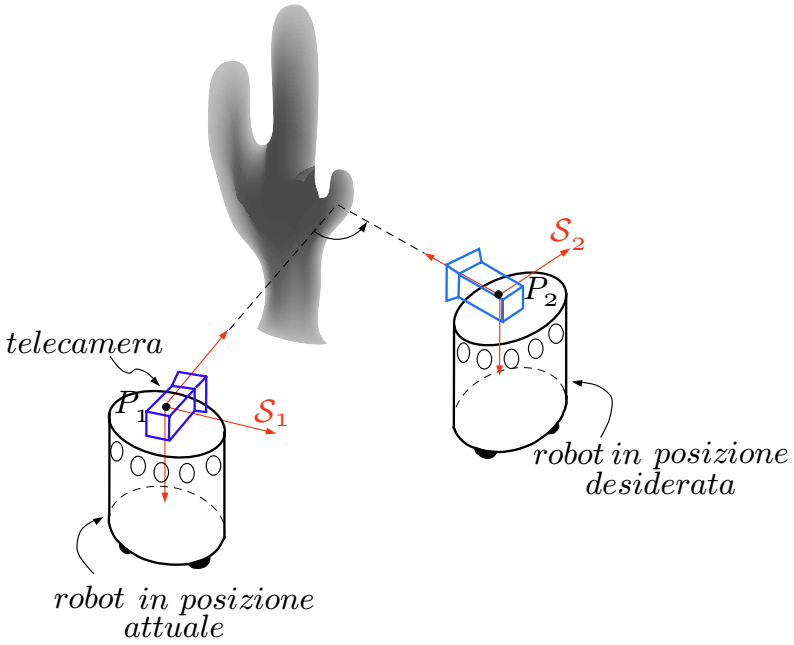
Obiettivo principale della tesi

Progetto di algoritmi di Visual Servoing per robot mobili con tecniche avanzate di Geometria Epipolare.





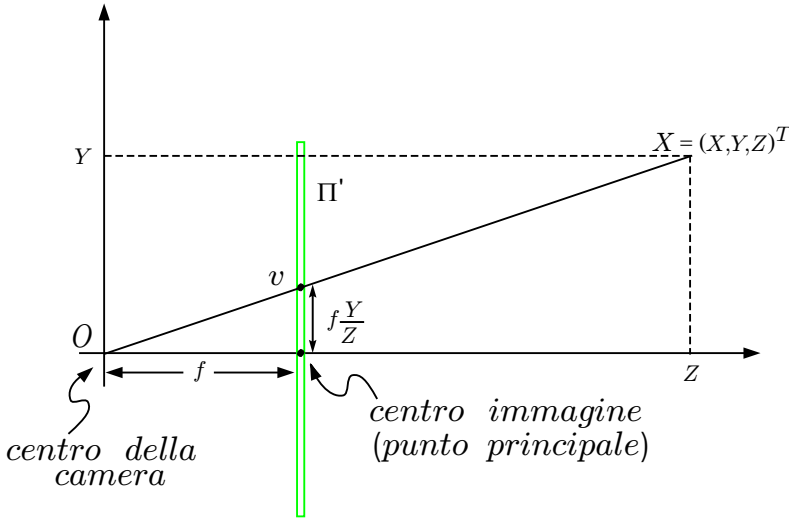




Scopo :Utilizzo delle informazioni visive (*features*) per controllare il moto di un robot mobile dotato di telecamera da una posizione iniziale (o attuale) verso una posizione finale o desiderata).

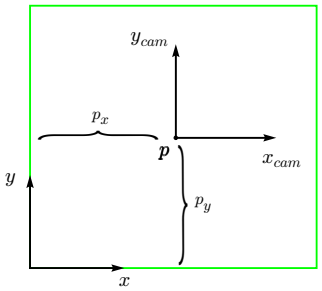
Telecamera: il modello *pin-hole*

PROIEZIONE PROSPETTICA



$$\begin{cases} v = f\dfrac{Y}{Z} \\ u = f\dfrac{X}{Z} \end{cases}$$

PUNTO PRINCIPALE



$$(X,\,Y,\,Z)^T \mapsto \left(f\frac{X}{Z} + p_x\,,\, f\frac{Y}{Z} + p_y\right)$$

$$\mathbf{K}_m \triangleq \begin{bmatrix} f & 0 & p_x \\ 0 & f & p_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

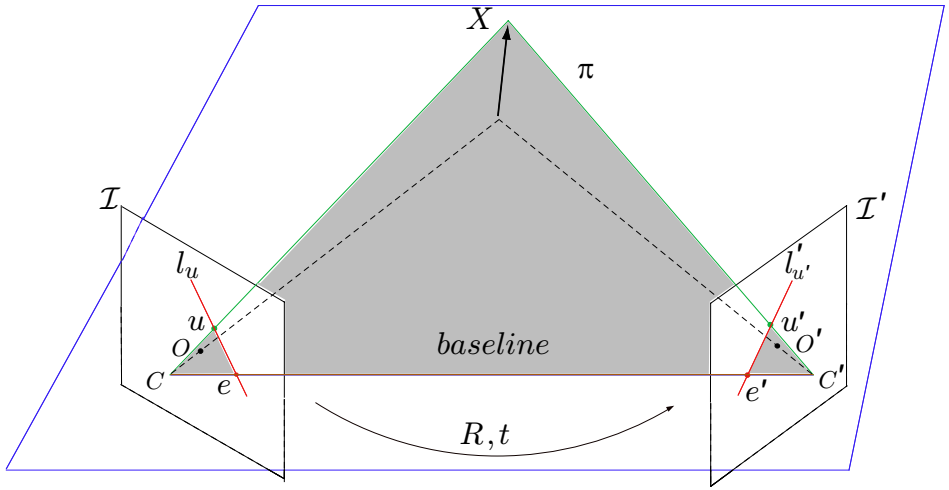
ROTAZIONE e TRASLAZIONE

$$\mathbf{P} = \mathbf{K}[\mathbf{R}|\mathbf{t}]$$

CCD: $$\mathbf{K} \triangleq \begin{bmatrix} \alpha & 0 & x_0 \\ 0 & \alpha & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La Geometria Epipolare: definizioni

La *Geometria Epipolare* é definita a partire dalle immagini estratte da due telecamere.



Baseline

La **baseline** é quella linea che unisce i centri delle due telecamere.

Epipolo

L'**epipolo** $\mathbf{e}$ ($\mathbf{e}'$) é quel punto che $\in \mathcal{I}$ ($\mathcal{I}'$) di intersezione tra la baseline ed il piano immagine.

Punti corrispondenti

I **punti corrispondenti** $\mathbf{u}$ ed $\mathbf{u}'$ sono le proiezioni, su due differenti piani immagine, di uno stesso punto $\mathbf{X}$.

Piano Epipolare

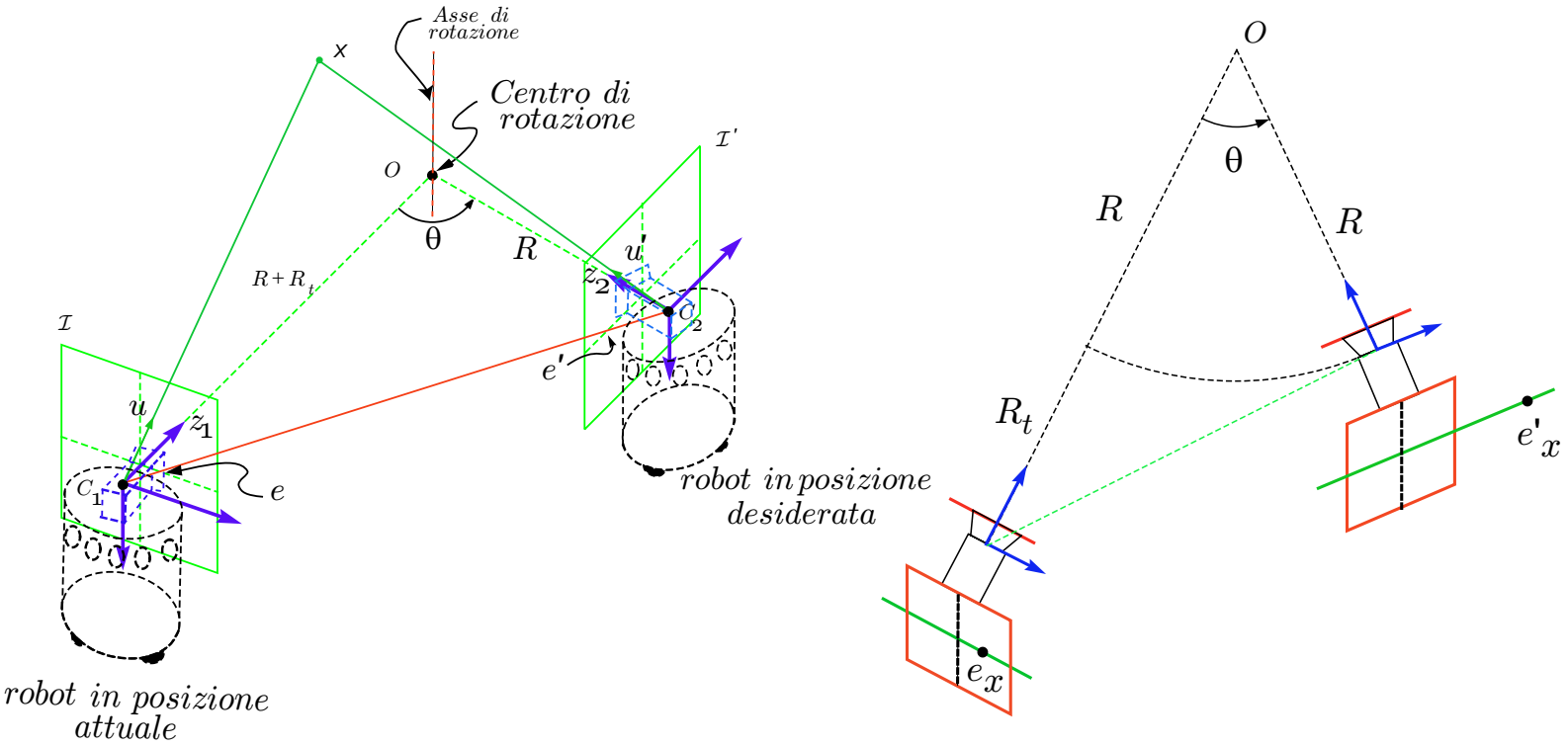
Il **piano epipolare** é quel piano contenente la baseline.

Linea Epipolare

La **linea epipolare** $\mathbf{l}_u$ ($\mathbf{l}'_{u'}$) é l'intersezione del piano epipolare con il piano immagine $\mathcal{I}$ ($\mathcal{I}'$).

Rappresentazione algebrica della Geometria Epipolare $\equiv$ **Matrice Fondamentale** $\mathbf{F}$

La Geometria Epipolare: Matrice Fondamentale



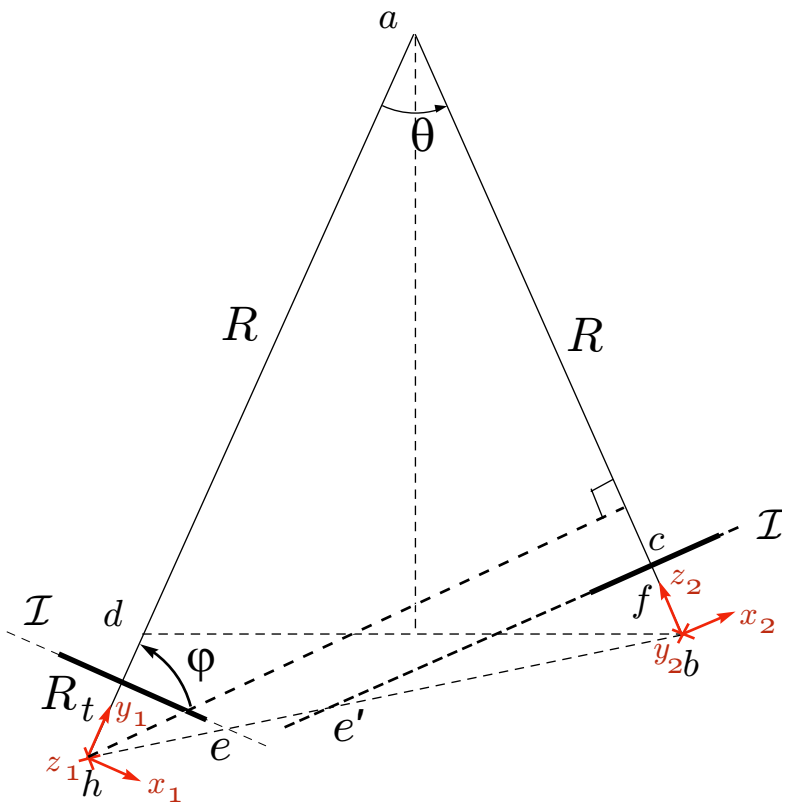
Ipotesi di lavoro

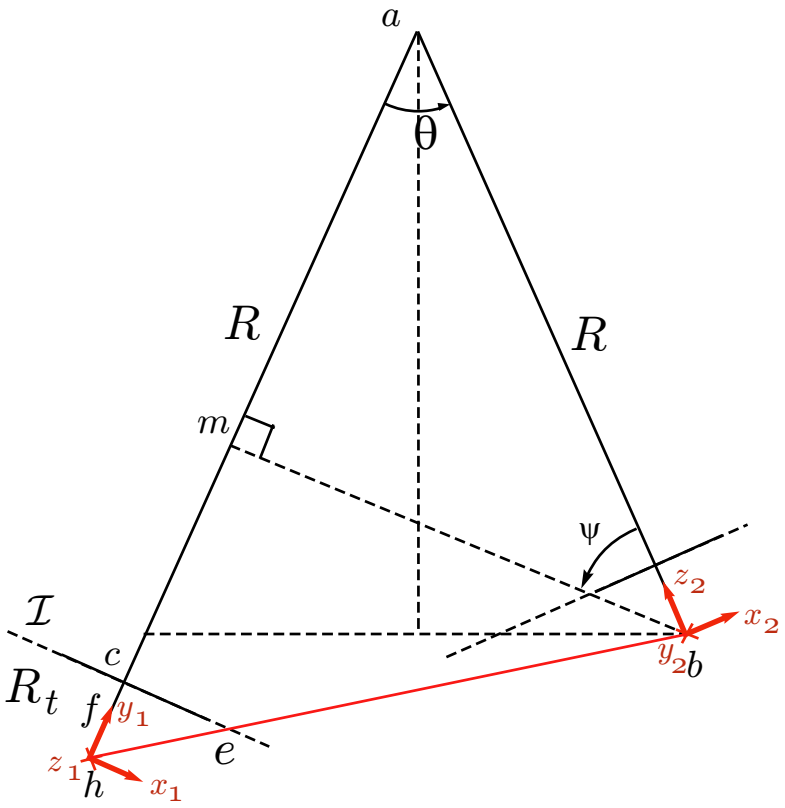
1. Moto planare del robot
2. Gli assi ottici si incontrano in un punto O

Proprietá. ***(Legge delle Corrispondenze)***

Se $\mathbf{u}$ *e* $\mathbf{u}'$ *sono punti corrispondenti allora vale la seguente uguaglianza:* $\mathbf{u}'^T \mathbf{F} \mathbf{u} = 0$

Parametrizzazione degli epipoli: $\mathbf{R_t} \neq 0$





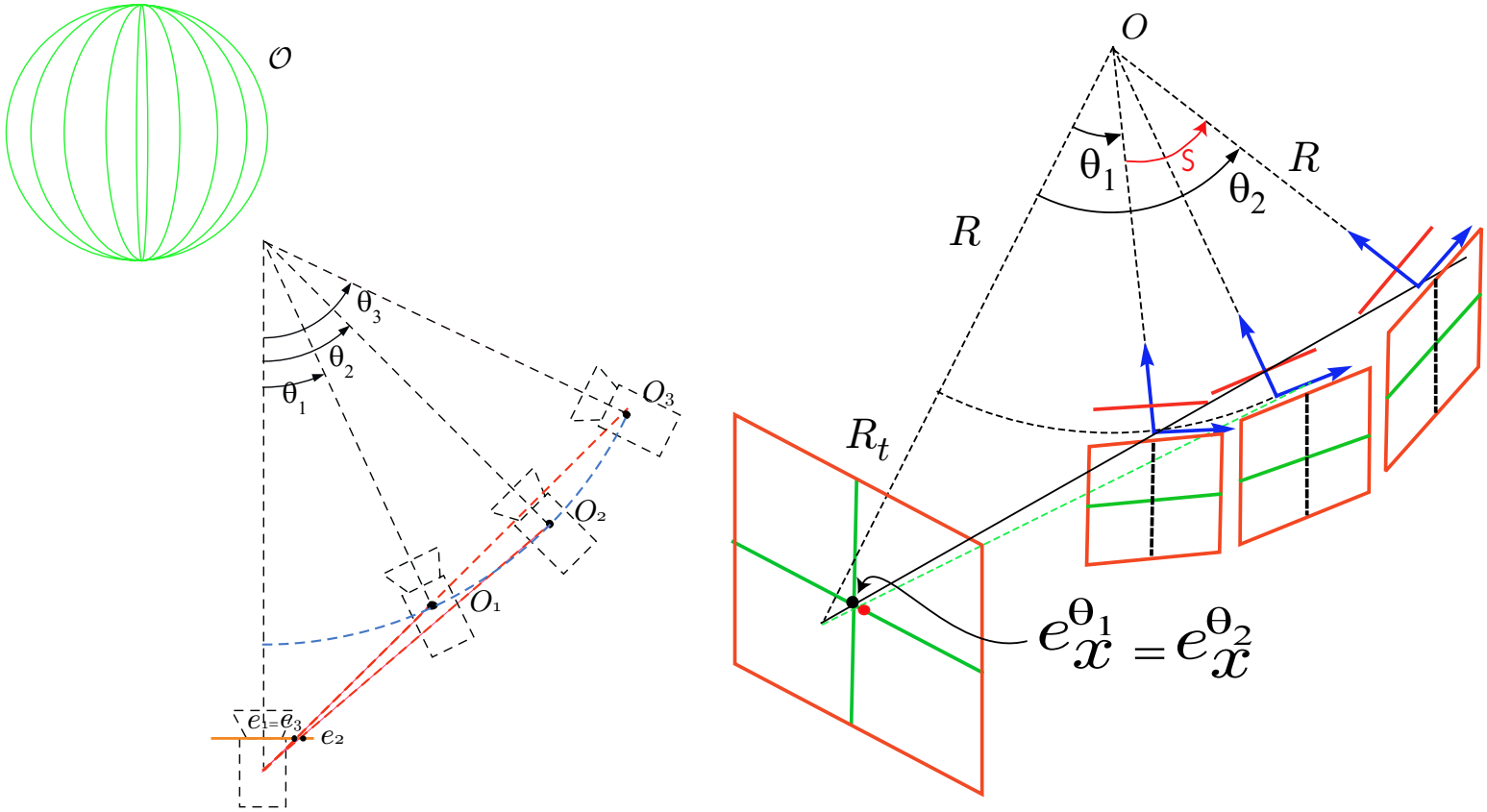
Se $\mathbf{K} \neq \mathbf{I} \Rightarrow \mathbf{e}_x^{'} = -\alpha_x \frac{\gamma}{\beta} + \mathsf{u}_0$

Se $\mathbf{K} \neq \mathbf{I} \Rightarrow \mathbf{e}_x = -\alpha_x \frac{\gamma}{\gamma \sin\theta - \beta \cos\theta} + \mathsf{u}_0$

ove $\gamma \triangleq \sin\theta$, $\beta \triangleq 1/p - \cos\theta$, e $\quad p = (R + R_t)/R$

Parametrizzazione degli epipoli

L'epipolo assume lo stesso valore per due angoli θ_i e θ_j differenti.



PROBLEMA INTRINSECO DELLA PARAMETRIZZAZIONE!

Parametrizzazione:duplice soluzione

Scopo: Trovare θ_j t.c. $\mathbf{e}(\theta_i) = \mathbf{e}(\theta_j)$

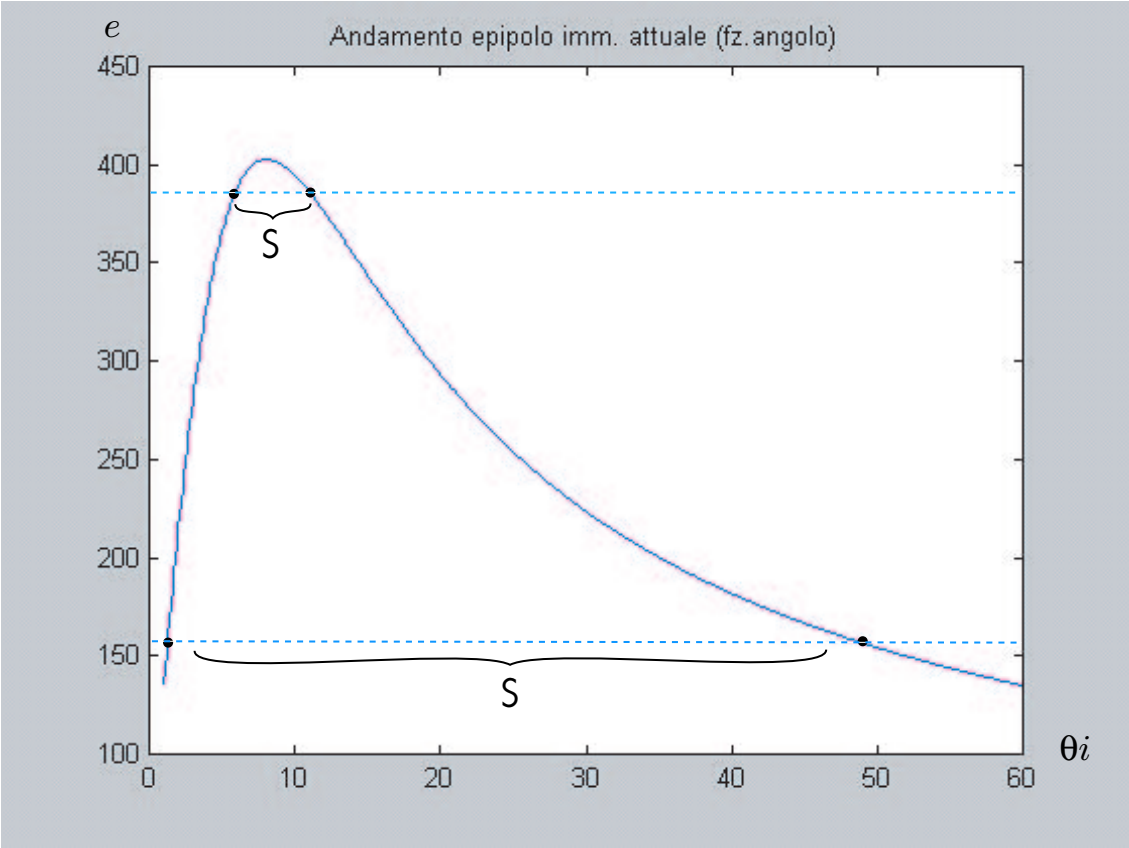
In generale

$$\theta_j \triangleq \theta_i + S$$

$$S = 2 \arctan\left(\frac{p\cos\theta_i - 1}{p\sin\theta_i}\right)$$

da cui è possibile ricavare una "zona di lavoro"...

$$\begin{cases} \theta \in (0,3] \cup [15,90) deg. \\ p = 1.075 \end{cases}$$



Parametrizzazione di $\mathbf{F}$: nuovo approccio

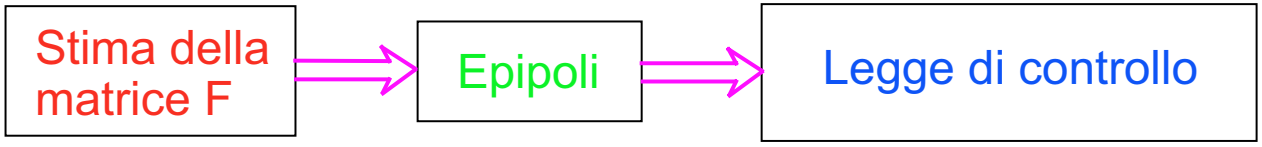
$$\mathbf{F} = \mathbf{K}'^{-T}\mathbf{E}\mathbf{K}^{-1} \quad \text{ove} \quad \mathbf{E} = [\mathbf{t}]_\times \mathbf{R} \quad \text{inoltre } \mathbf{K} \triangleq \begin{bmatrix} \alpha_x & 0 & x_0 \\ 0 & \alpha_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\alpha_y} & 0 \\ -\frac{u_0}{\alpha_x} & -\frac{v_0}{\alpha_y} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\beta & 0 \\ \beta\cos\theta - \gamma\sin\theta & 0 & \gamma\cos\theta + \beta\sin\theta \\ 0 & -\gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha_x} & 0 & -\frac{u_0}{\alpha_x} \\ 0 & \frac{1}{\alpha_y} & -\frac{v_0}{\alpha_y} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ove $\begin{cases} \gamma \triangleq \sin\theta \\ \beta \triangleq \frac{1}{p} - \cos\theta \end{cases}$ $\begin{cases} \nu \triangleq \frac{\beta}{\alpha_x} \\ \eta \triangleq \frac{\gamma}{\alpha_x} \end{cases}$ si ha:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & -\nu & v_0\nu \\ \nu\cos\theta - \eta\sin\theta & 0 & [\alpha_x\eta - u_0\nu]\cos\theta + [u_0\eta + \alpha_x\nu]\sin\theta \\ v_0[\eta\sin\theta - \nu\cos\theta] & u_0\nu - \alpha_x\eta & v_0[u_0\nu - \alpha_x\eta][\cos\theta - 1] - v_0\sin\theta[u_0\eta + \alpha_x\nu] \end{bmatrix}$$

Stima della Matrice Fondamentale $\mathbf{F}$



- Metodo lineare dei minimi quadrati:

$$\min_{\mathbf{F}} \sum_{i=1}^{n} (\mathbf{u}_i'^{T} \mathbf{F} \mathbf{u}_i)^2$$

In teoria: 7 corrispondenze necessarie.

Nuova parametrizzazione: soli 2 punti.

Utilizzare i contorni ? (2 punti di tangenza)

- Metodo non lineare (Distanze Euclidee):

$$\min_{\mathbf{F}} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{(\mathbf{F}\mathbf{u}_i)_1^{\,2} + (\mathbf{F}\mathbf{u}_i)_2^{\,2}} + \frac{1}{(\mathbf{F}^T\mathbf{u}_i')_1^{\,2} + (\mathbf{F}^T\mathbf{u}_i')_2^{\,2}} \right) (\mathbf{u}_i'^{T} \mathbf{F} \mathbf{u}_i)^2$$

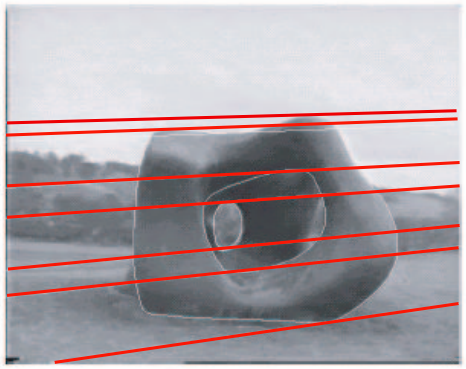
- Metodo non lineare (Gradiente):

$$\min_{\mathbf{F}} \sum_{i=1}^{n} \frac{(\mathbf{u}_i'^{T} \mathbf{F} \mathbf{u}_i)^2}{(\mathbf{F}\mathbf{u}_i)_1^{\,2} + (\mathbf{F}\mathbf{u}_i)_2^{\,2} + (\mathbf{F}^T\mathbf{u}_i')_1^{\,2} + (\mathbf{F}^T\mathbf{u}_i')_2^{\,2}}$$

Nuovo approccio alla stima della matrice F

Stima lineare (classica) della F

7 punti corrispondenti necessari.

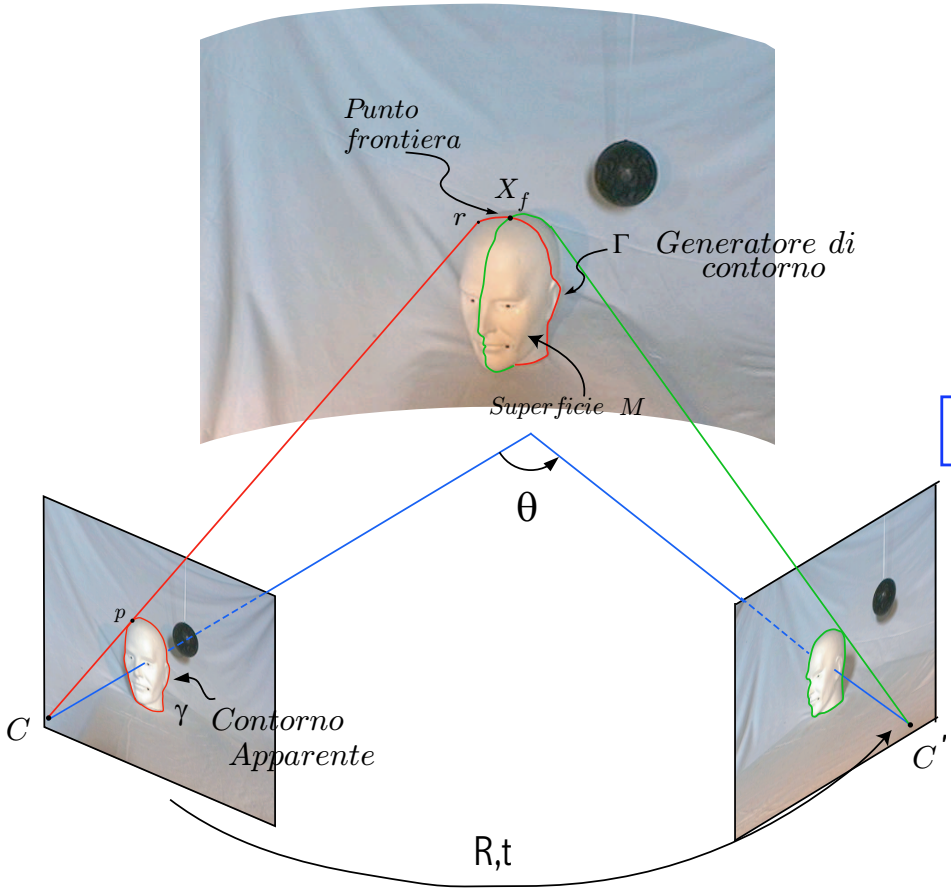


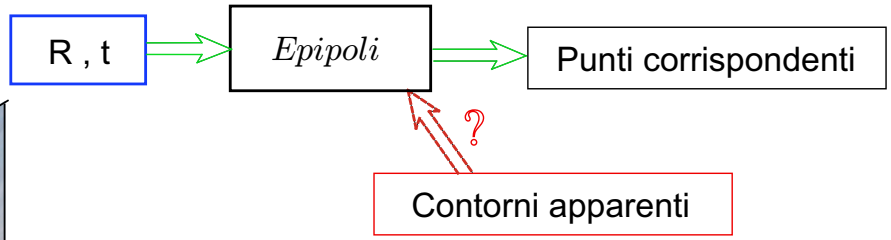
Stima della F(p,θ)

Solo 2 punti corrispondenti necessari.



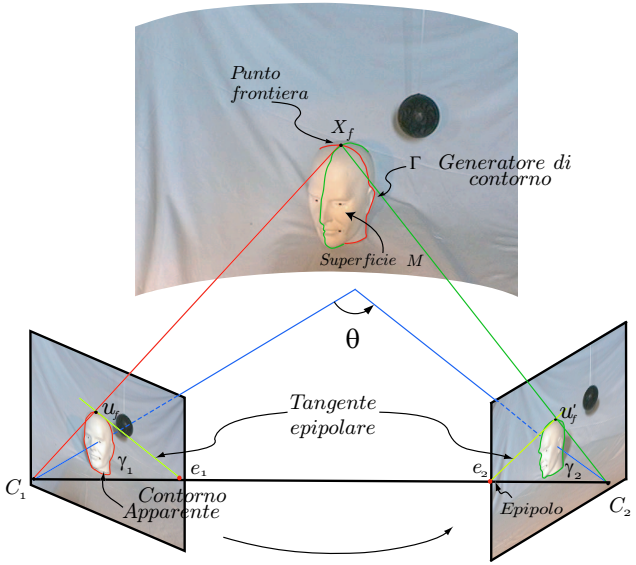
Stima di $\mathbf{F}$: i contorni apparenti





La Geometria Epipolare aiuta a stimare gli epipoli dai contorni apparenti!!

La Geometria Epipolare con curve nello spazio 3D



La Geometria Epipolare aiuta (tangenti al contorno) a trovare le proiezioni del punto frontiera (punti corrispondenti):

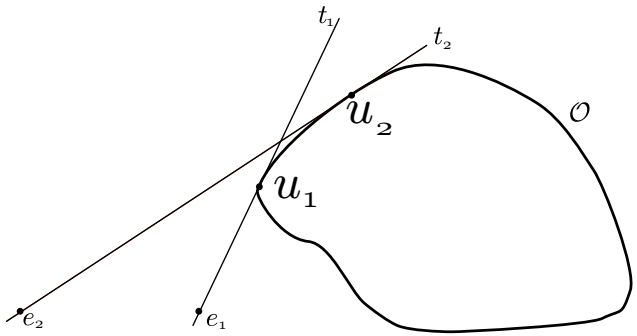
$$\mathbf{u}_f^{'T}\mathbf{F}\mathbf{u}_f = 0$$

1. $\hat{p} = \hat{p}_0$ e $\hat{\theta} = \hat{\theta}_0$ (*initial guess*)
2. Si calcolano $\mathbf{e}(\hat{p}, \hat{\theta})$,$\mathbf{e}'(\hat{p}, \hat{\theta})$.
3. Si calcolano i punti $\mathbf{u}$ e $\mathbf{u}'$ in cui si appoggia la tangente epipolare.
4. Avendo quindi $\mathbf{u}$,$\mathbf{u}'$ e $\mathbf{F}(\hat{p}, \hat{\theta})$ si calcola $d_i(\hat{p}, \hat{\theta})$ (che è nullo per i valori veri).
5. Aggiorna i valori di $\hat{p}$ e $\hat{\theta}$.
6. Ripartire dal punto 1.

Stima di $\mathbf{F}$ dai contorni apparenti

Scopo: $\exists! \min_{\mathbf{F}} \sum_i (d_i)^2$ ove $d_i \triangleq \mathbf{u}_i^{'T} \mathbf{F} \mathbf{u}_i$

ATTENZIONE: $\mathbf{u}$ e $\mathbf{u}^{'}$ cambiano a seconda di *dove si appoggia la tangente*



Ma allora:

$$d_i(p, \theta, \mathcal{O}, \mathcal{O}^{'}) \triangleq \mathbf{u}_i^{'}(p, \theta, \mathcal{O}^{'})^T \mathbf{F}(p, \theta) \mathbf{u}_i(p, \theta, \mathcal{O})$$

Si studia l'**ESISTENZA** ed **UNICITÁ** della soluzione parametrizzando il contorno apparente

Stima di $\mathbf{F}$ dai contorni apparenti

Oggetto 3D $\equiv$ SFERA $\Rightarrow$ Proietta in ellissi

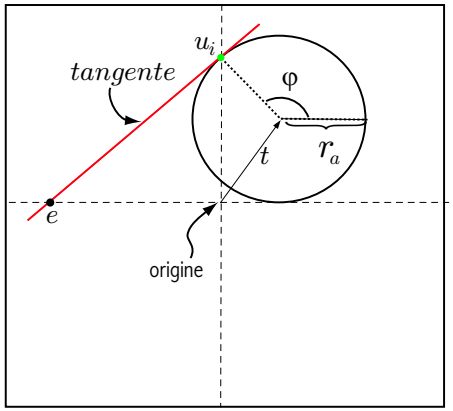


Immagine Attuale

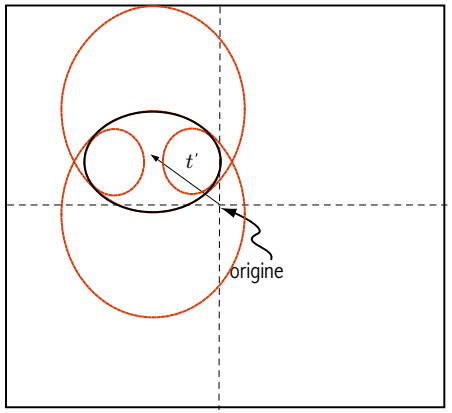


Immagine Desiderata

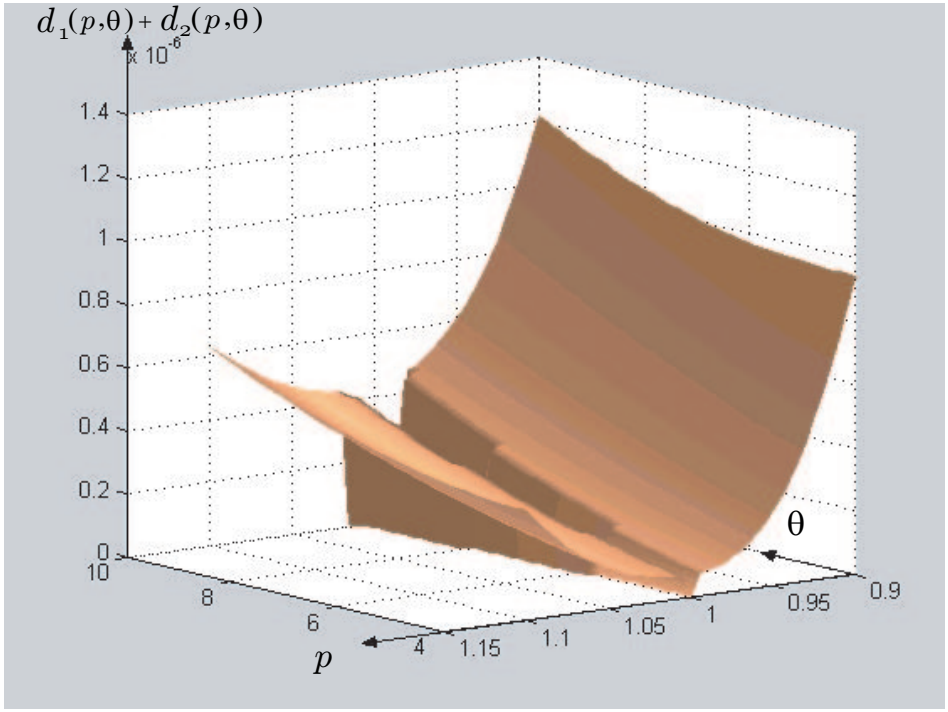
$$\begin{cases} u_i = r_a \cos\varphi_i \\ v_i = r_a \sin\varphi_i \end{cases} \quad \text{,ove} \quad \varphi_i = \arccos\left(\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}\right) + \arccos\left(-\frac{\gamma}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}\right) \text{ ,ove}$$

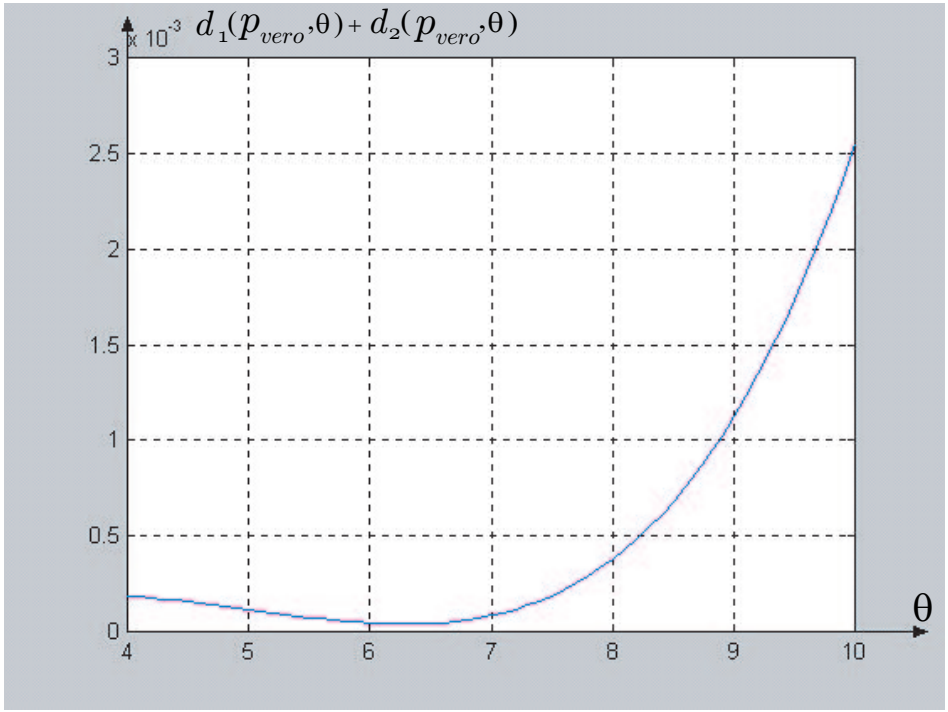
$$\begin{cases} \alpha \triangleq e_x - t_x; \\ \beta \triangleq -t_y; \\ \gamma \triangleq -r_a; \end{cases} .$$

$$\boxed{d_i(p,\theta) \triangleq \mathbf{u}_i'(p,\theta)^T \mathbf{F}(p,\theta)\mathbf{u}_i(p,\theta)}$$

Se $d_i(p_{stim}, \theta_{min})$ è minimo $\Rightarrow$ $\begin{matrix} p_{stim} = p_{vero} \\ \theta_{stim} = \theta_{vero} \end{matrix}$ $\Rightarrow$ Posizione relativa delle telecamere.

Stima di $\mathbf{F}$ dai contorni apparenti



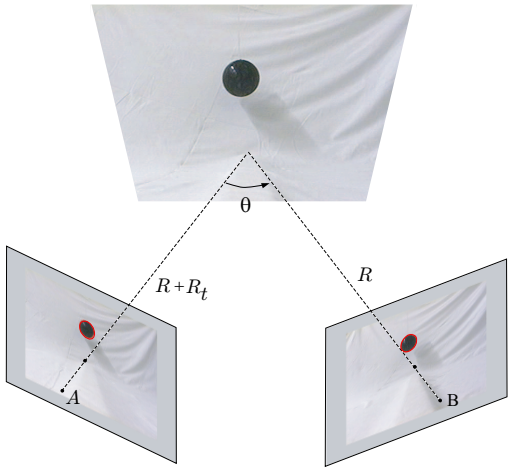


Stima di p

Stima di θ

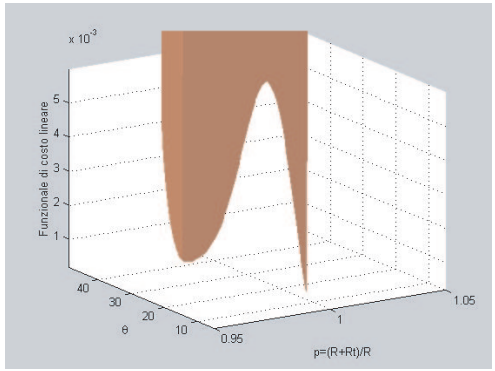
I minimi esistono unici !

Risultati sperimentali (1 oggetto)

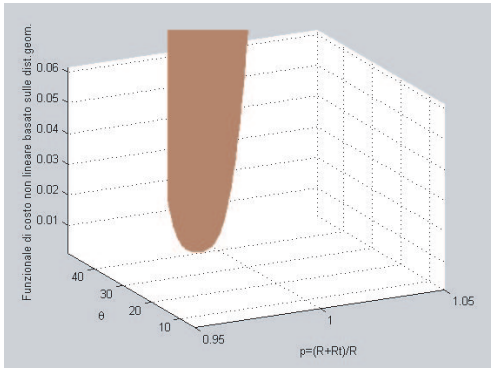


$$p_{vero} = \frac{R+R_t}{R} = 1;$$

$$\theta_{vero} = 36°;$$

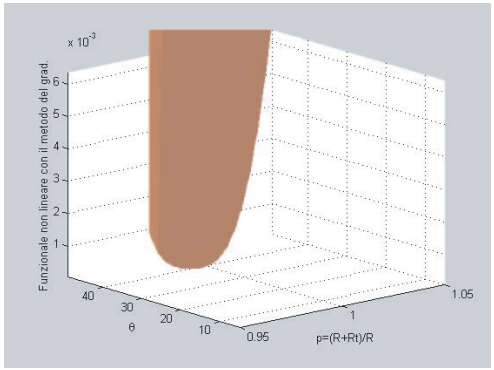


Funzionale Lineare



Funzionale Non Lineare

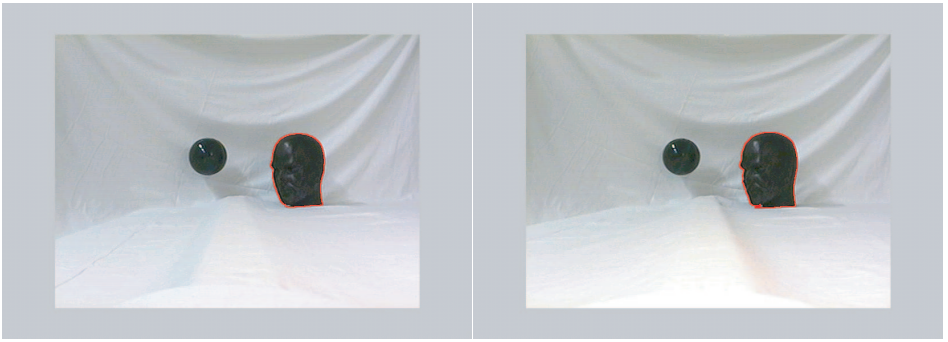
(Dist Geom.)



Funzionale Non Lineare

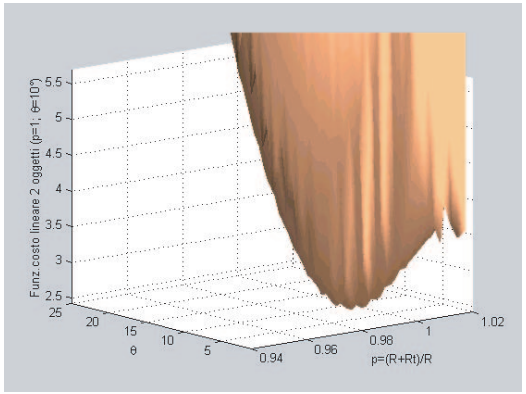
(Grad.)

Risultati sperimentali (2 oggetti)

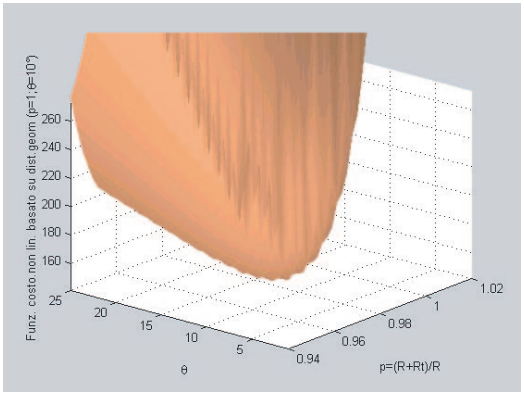


$$p_{vero} = \frac{R+R_t}{R} = 0.98;$$

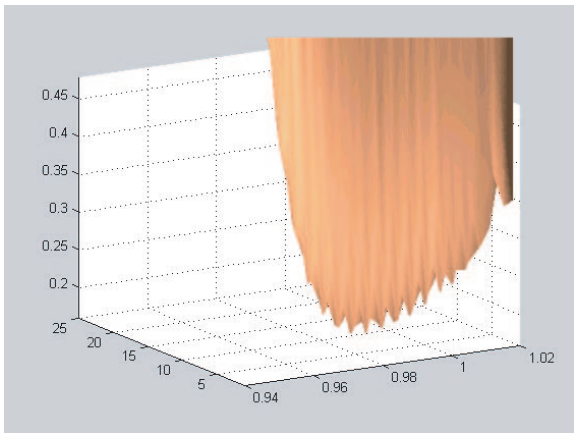
$$\theta_{vero} = 10°;$$



Funzionale Lineare



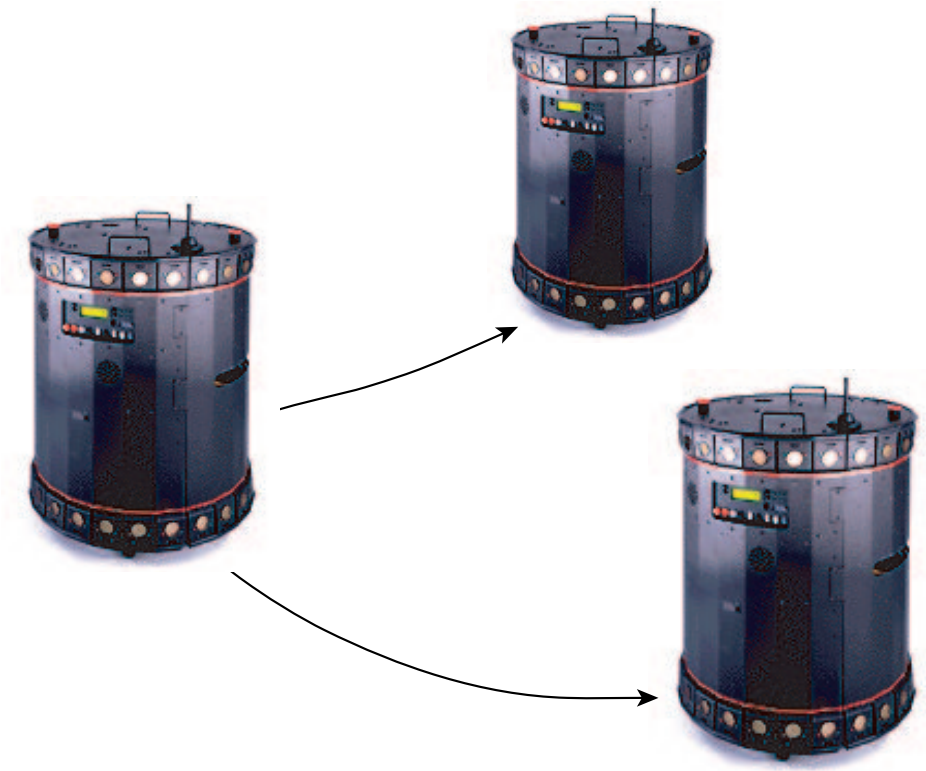
Funzionale Non Lineare (Dist Geom.)



Funzionale Non Lineare (Grad.)

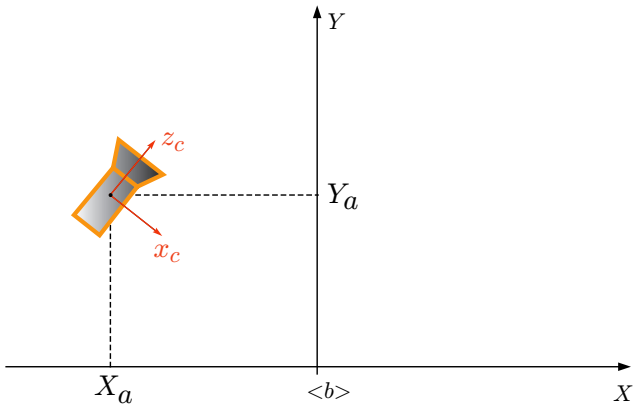
Visual Servoing per robot olonomo

Robot Olonomo $\Rightarrow$ nessun vincolo cinematico

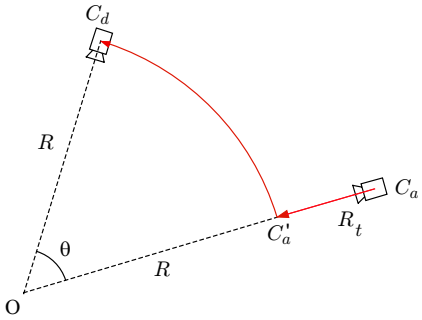


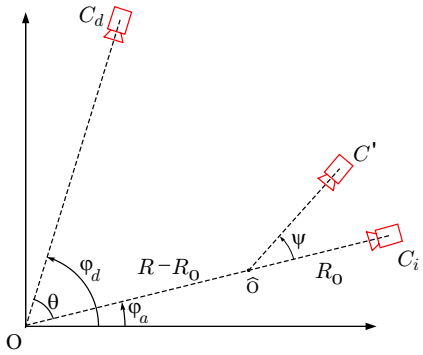
Dinamica :

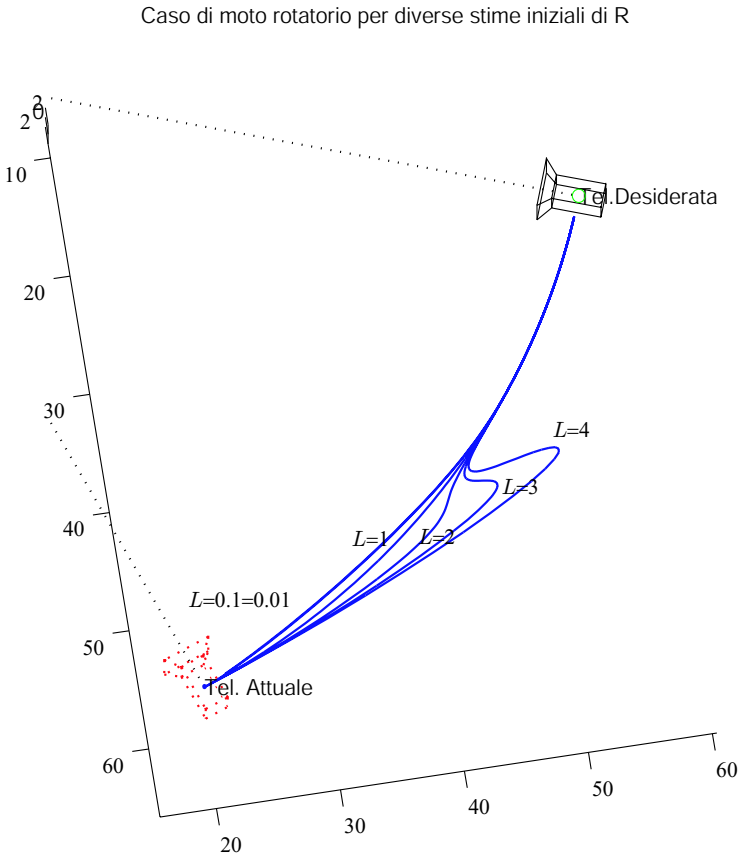
$$\begin{cases} \dot{X}_a = u_x \\ \dot{Y}_a = u_y \\ \dot{\alpha}_a = \omega \end{cases}$$



Visual Servoing per robot olonomo







- [1° Passo] Traslazione $C_a \rightarrow C_a'$

$$\dot{R}_t(t) = \lambda e_u(t), \qquad \lambda > 0 \qquad \text{ove} \qquad e_u(t) = \frac{1}{fe_{a_x}} + \frac{1}{fe_{d_x}}$$

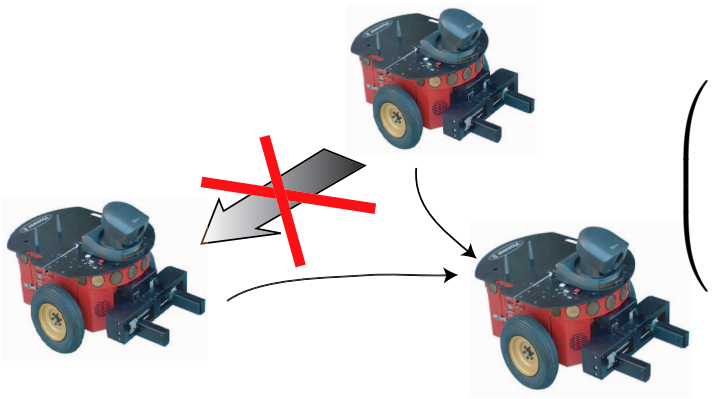
- [2° Passo] Rotazione da C_a' a C_d

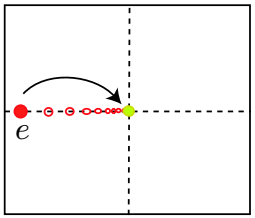
$$\dot{\psi}(t) = -\lambda_a e_s(t) \qquad \lambda_a > 0 \qquad \text{ove} \qquad e_s(t) = \frac{1}{fe_{a_x}} - \frac{1}{fe_{d_x}}$$

Visual Servoing per Robot Anolonomo

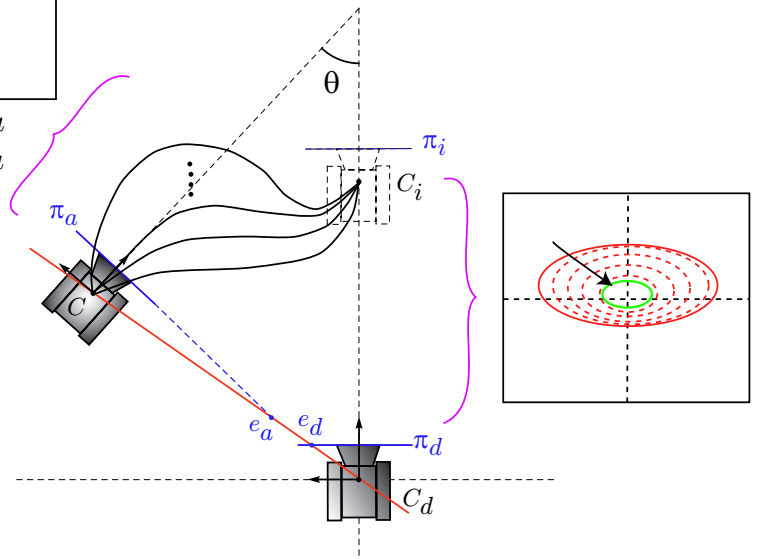
Modello Cinematico

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin\theta & 0 \\ \cos\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ \omega \end{pmatrix}$$





Traiettoria anolonoma



- **1° Passo:** Spostamento da C a C_i
- **2° Passo:** Traslazione da C_i a C_d

Visual Servoing per Robot Anolonomo: 1° Passo

Sistema MIMO

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \dot{x} = -v \sin\theta \\ \dot{y} = v \cos\theta \\ \dot{\theta} = \omega \\ y_1 = e_{a\,x} \\ y_2 = e_{d\,x} \end{cases}$$

Linearizzazione Ingresso-Uscita

$$\Downarrow$$

Trasformare dinamiche sist. **non lineare** in **lineari**: convergenza uscita (epipoli) a zero!

Matrice $\mathbf{E}(\mathbf{x})$ di disaccoppiamento: $\mathbf{y}^{(r)} \mapsto \mathbf{u}$

$$\begin{bmatrix} f[-\sin(\theta(t))\beta + \cos(\theta)\gamma] & f\alpha \\ f\left[\frac{Y(t)\sin(\theta(t)) - X(t)\cos(\theta(t))}{Y^2(t)}\right] & 0 \end{bmatrix}$$

Non singolare!

Ingresso Linearizzante

$$\mathbf{u} = \mathbf{E}^{-1}(\mathbf{x}) \underbrace{\begin{bmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{bmatrix}}_{\nu(t)} \quad \text{ove}$$

$$\nu(t) = \dot{\mathbf{y}}_d(t) - \mathbf{K}\mathbf{e}(t) \quad \text{ed}$$

$$\mathbf{e} = \begin{pmatrix} e_a(t) - e_a^{des}(t) \\ e_d(t) - e_d^{des}(t) \end{pmatrix} \quad \text{da cui}$$

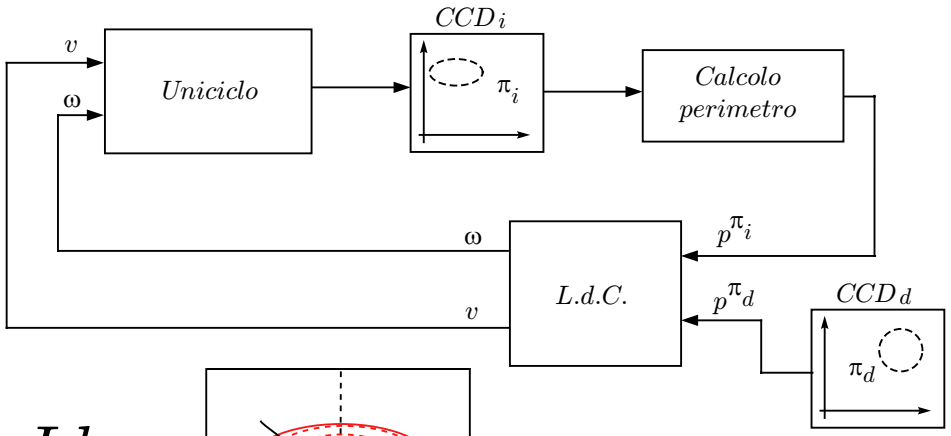
$$\dot{\mathbf{e}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{e}(t) = \mathbf{0}$$

Il controllo dipende anche da $\mathbf{X}$!

Visual Servoing per Robot Anolonomo: 2° Passo

Idea:Si usano direttamente i perimetri dei contorni estratti!

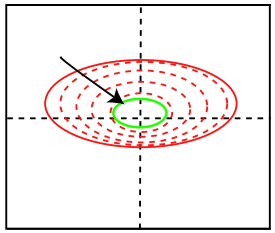
Schema del V.S.



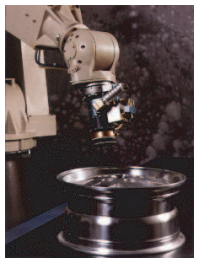
Legge di Controllo

$$\begin{cases} \omega = 0 \\ v = \lambda(p^{\pi_d} - p^{\pi_i}), \qquad \lambda > 0 \end{cases}$$

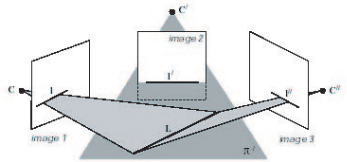
Idea



Sviluppi futuri



Progetto di un controllo IBVS basato sui contorni apparenti nel caso tridimensionale.



Studio del *Tensore Trifocale* $\mathcal{T}$ per la sintesi di algoritmi di Visual Servoing robusti da tre immagini di una medesima scena 3D.



Studio ed utilizzo della *Geometria Epipolare Estesa* per il visual servoing di un Team di Robot.



Utilizzo delle tecniche epipolari per la ricostruzione virtuale di ambienti e oggetti reali.

Conclusioni

Lavoro svolto:

- ✓ **Parametrizzazione a *due* gradi di libertà** della matrice $\mathbf{F}$ (caso $\mathbf{K}$ generale)
- ✓ **Studio delle proprietà dei contorni apparenti** per stimare la geometria epipolare
- ✓ Innovativa **parametrizzazione del contorno apparente**, **forma esplicita del funzionale di costo** e studio dell'**esistenza ed unicità della soluzione** del problema di stima della Matrice Fondamentale.
- ✓ Realizzazione della Legge di Controllo IBVS per **veicoli olonomi**.
- ✓ Studio della dinamica degli epipoli per la sintesi di una Legge di Controllo IBVS per **veicoli anolonomi**.